

# Chapitre 2

## Cinématique et dynamique du point matériel



### 2.1 Cinématique du point matériel

- 2.1.1 Cinématique et dynamique
- 2.1.2 Point matériel
- 2.1.3 Référentiel et repère
- 2.1.4 Vecteur position
- 2.1.5 Trajectoire
- 2.1.6 Vecteur vitesse
- 2.1.7 Vecteur accélération

### 2.2 Mouvement rectiligne

- 2.2.1 Mouvement rectiligne uniforme
- 2.2.2 Mouvement rectiligne uniformément accéléré

### 2.3 Lois de Newton

- 2.3.1 Grandeurs extensive et intensive
- 2.3.2 Masse
- 2.3.3 Quantité de mouvement
- 2.3.4 Première loi de Newton
- 2.3.5 Force
- 2.3.6 Deuxième loi de Newton
- 2.3.7 Quantité de mouvement et vitesse
- 2.3.8 Dynamique du point matériel

### 2.1 Cinématique du point matériel

2.1.1 Cinématique et dynamique

2.1.2 Point matériel

2.1.3 Référentiel et repère

2.1.4 Vecteur position

2.1.5 Trajectoire

2.1.6 Vecteur vitesse

2.1.7 Vecteur accélération



1 **Cinématique** : description du mouvement d'un corps (solide, liquide, gaz) sans en considérer les causes

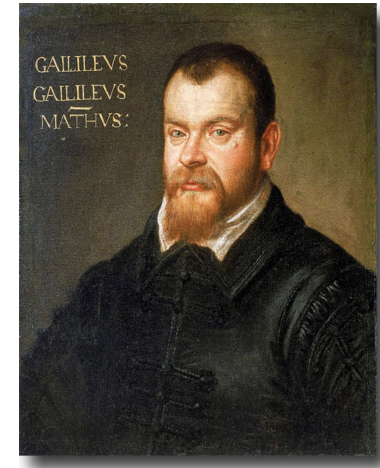
- Vecteur position :  $\mathbf{r}(t)$
- Vecteur vitesse :  $\mathbf{v}(t)$
- Vecteur accélération :  $\mathbf{a}(t)$

2 **Dynamique** : étude des causes mécaniques du mouvement d'un corps (solide, liquide, gaz)

- Vecteur force :  $\mathbf{F}(t)$
- Vecteur quantité de mouvement :  $\mathbf{p}(t)$
- Vecteur moment cinétique :  $\mathbf{L}(t)$

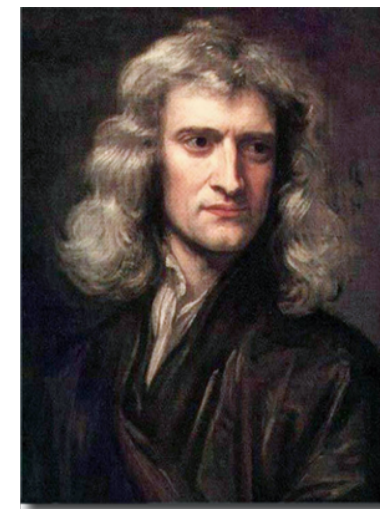
## Galileo Galilei

1564 – 1642

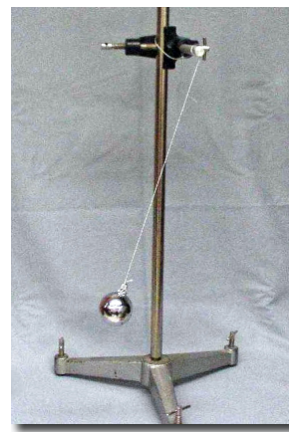


## Sir Isaac Newton

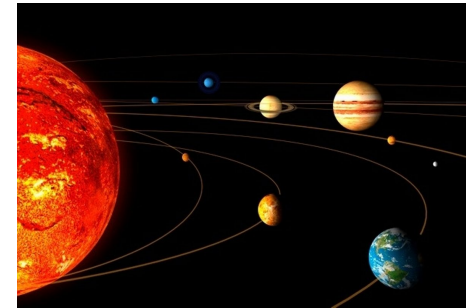
1643 – 1727



- **Point matériel** : représentation d'un objet physique par rapport à un point auquel on associe toute la matière (masse) de l'objet.
  - ❶ **Modèle** : idéalisation de la réalité
  - ❷ **Limite** : pas de mouvement de rotation propre
  - ❸ **Erreur qualitative** : boules de billard (effets), plongeur (acrobatie)
  - ❹ **Erreur quantitative** : pendule (période)



- **Référentiel** : solide indéformable (physique) de référence par rapport auquel on décrit le mouvement des autres corps.
  - **Exemples** : terre, bateau, système solaire.



- Un référentiel est un ensemble de  $N$  points matériels ( $N \geq 4$ ) non-coplanaires et fixes les uns par rapport aux autres.
- **Repère** : entité géométrique formée de trois vecteurs non-coplanaires qui définit un pavage ("grid") de l'espace à trois dimensions.
- **Référentiel et repère** :
  - 1 **Référentiel** : objet physique réel (solide)
  - 2 **Repère** : entité géométrique virtuelle ("grid")

- **Objet physique :**

point matériel  $P$

- **Entité géométrique :**

repère cartésien  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$

- **Vecteur position :**

coordonnées cartésiennes

$$OP \equiv \mathbf{r}(t)$$

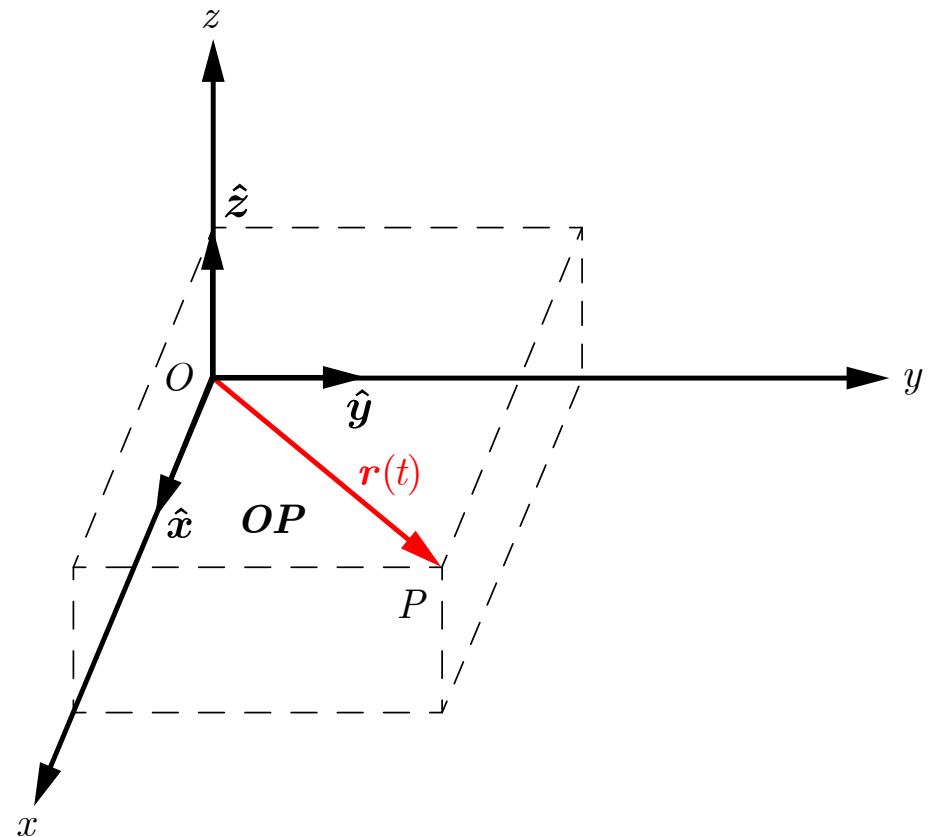
$$= x(t) \hat{x} + y(t) \hat{y} + z(t) \hat{z}$$

- **Unité de la position (SI) :**

mètre [m]

- **Unité du temps (SI) :**

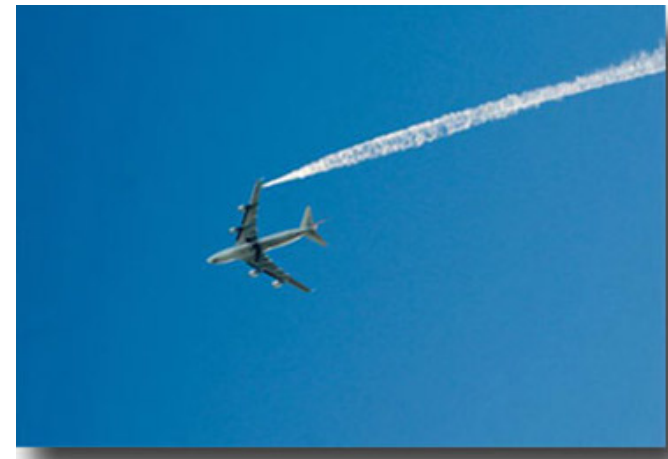
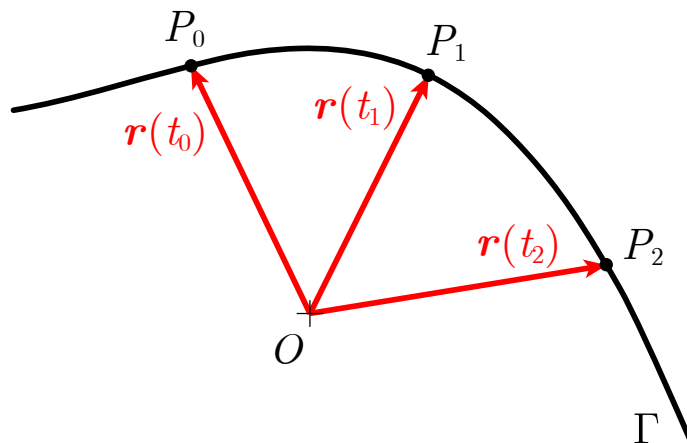
seconde [s]



- **Trajectoire** : lieu géométrique des points d'espace occupés par le point matériel  $P$  au cours du temps (courbe ou droite  $\Gamma$ )

$$\Gamma = \{ P \mid \mathbf{OP} = \mathbf{r}(t) \quad \forall t \} \quad (2.1)$$

- 1 **Droite** : objet en chute libre
- 2 **Cercle** : particule chargée (champ magnétique)
- 3 **Parabole** : projectile
- 4 **Ellipse** : planète
- 5 **Hyperbole** : comète ou astéroïde



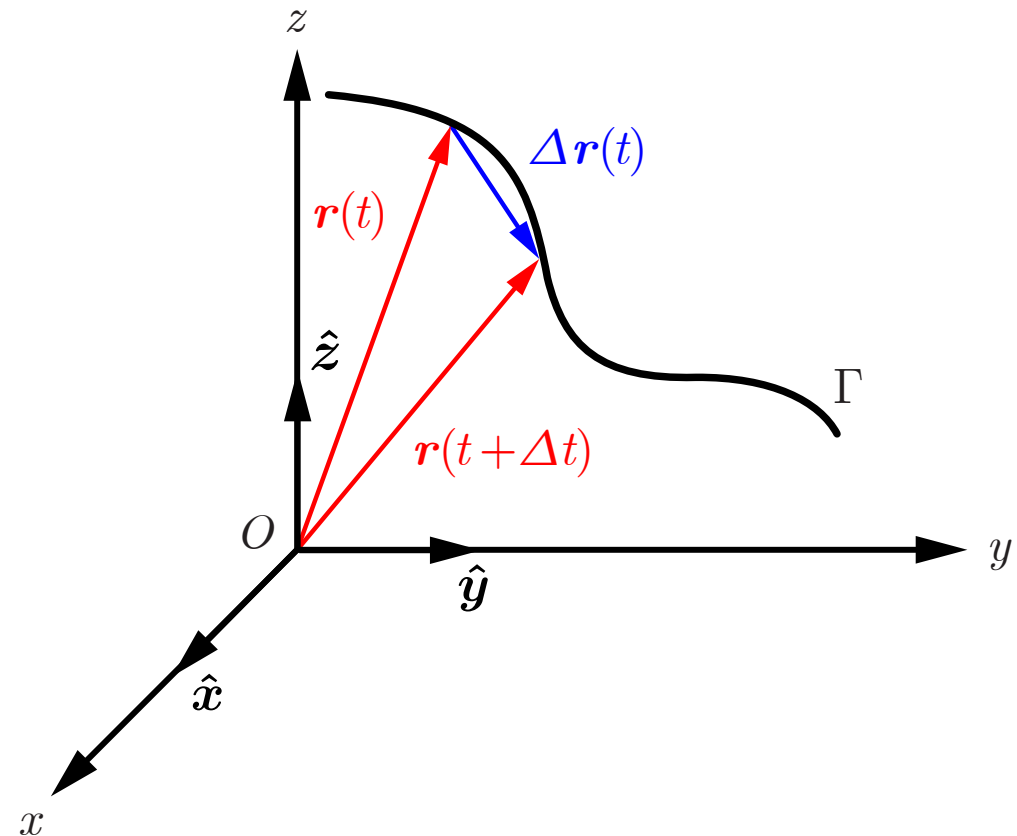
- **Vecteur vitesse :  $\mathbf{v}(t)$**

dérivée du vecteur position  $\mathbf{r}(t)$   
par rapport au temps  $t$

- **Coordonnées cartésiennes :**

$$\begin{aligned}\mathbf{v}(t) &= \dot{\mathbf{r}}(t) \\ &= \dot{x}(t) \hat{\mathbf{x}} + \dot{y}(t) \hat{\mathbf{y}} + \dot{z}(t) \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

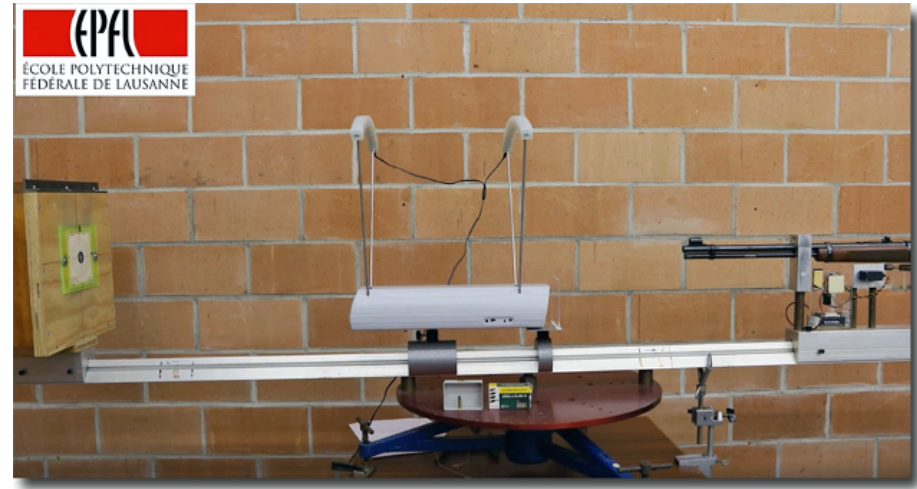
$$\begin{aligned}\mathbf{v}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \\ &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}\end{aligned}\quad (2.2)$$



- Le vecteur vitesse  $\mathbf{v}(t)$  est toujours tangent à la trajectoire du point matériel.

- **Unité de la vitesse (SI) :**  $[\text{m s}^{-1}]$





- La vitesse de la balle de fusil est mesurée à l'aide de deux cellules photoélectriques. Comme la vitesse est constante, elle est obtenue en prenant le rapport de la distance entre les cellules photoélectriques et du temps de passage entre les cellules.

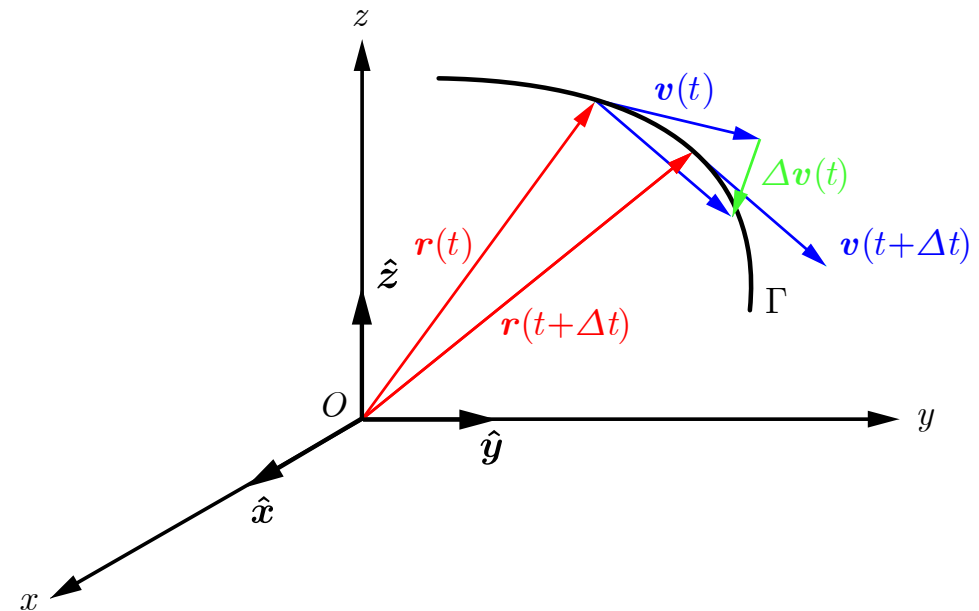
- **Vecteur accélération :  $\mathbf{a}(t)$**

dérivée du vecteur vitesse  $\mathbf{v}(t)$   
par rapport au temps  $t$

- **Coordonnées cartésiennes :**

$$\begin{aligned}\mathbf{a}(t) &= \dot{\mathbf{v}}(t) = \ddot{\mathbf{r}}(t) \\ &= \ddot{x}(t) \hat{\mathbf{x}} + \ddot{y}(t) \hat{\mathbf{y}} + \ddot{z}(t) \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{a}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \\ &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}}\end{aligned}\quad (2.3)$$



- En général, le vecteur accélération  $\mathbf{a}(t)$  a une composante tangentielle et une composante normale à la trajectoire orientée vers l'intérieur d'une trajectoire courbe.

- **Unité de l'accélération (SI) :  $[\text{m s}^{-2}]$**



### 2.2 Mouvement rectiligne

2.2.1 Mouvement rectiligne uniforme

2.2.2 Mouvement rectiligne uniformément accéléré

- **Mouvement rectiligne uniforme (MRU)** : mouvement à vitesse constante  $v$  dont la trajectoire est une droite.

- **Définition :**



$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad dx(t) = v dt \quad (2.4)$$

- **Variation de la position** : intégrale durant l'intervalle de 0 à  $t$

$$\Delta x = x(t) - x(0) = \int_{x(0)}^{x(t)} dx'(t') \stackrel{(2.4)}{=} \int_0^t v dt' = v \int_0^t dt' = v t \quad (2.5)$$

- **Condition initiale** : position

$$x(0) = x_0 \quad (2.6)$$

- **Equation horaire** : linéaire

$$x(t) = v t + x_0 \quad (2.7)$$



- Glisseur sur rail à air
- Pierre de curling
- Balle de fusil

- **Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) :**  
mouvement à accélération constante  $a$  dont la trajectoire est une droite.



- **Définition :**

$$a = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad dv(t) = a dt \quad (2.8)$$

- **Variation de la vitesse :** intégrale durant l'intervalle de 0 à  $t$

$$\Delta v = v(t) - v(0) = \int_{v(0)}^{v(t)} dv'(t') \stackrel{(2.8)}{=} \int_0^t a dt' = a \int_0^t dt' = a t \quad (2.9)$$

- **Condition initiale :** vitesse

$$v(0) = v_0 \quad (2.10)$$

- **Equation de la vitesse :** linéaire

$$v(t) = a t + v_0 \quad (2.11)$$



- **Equation de la vitesse :**

$$v(t) = at + v_0 \quad (2.11)$$

$$\frac{dx}{dt} = at + v_0 \quad (2.12)$$

$$dx(t) = at dt + v_0 dt \quad (2.13)$$

- **Variation de la position :** intégrale durant l'intervalle de 0 à  $t$  (2.14)

$$\Delta x = x(t) - x(0) = \int_{x(0)}^{x(t)} dx'(t') \stackrel{(2.13)}{=} a \int_0^t t' dt' + v_0 \int_0^t dt' = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

- **Condition initiale :** position

$$x(0) = x_0 \quad (2.15)$$

- **Equation horaire :** quadratique

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad (2.16)$$



### 2.3 Lois de Newton

- 2.3.1 Grandeurs extensive et intensive
- 2.3.2 Masse
- 2.3.3 Quantité de mouvement
- 2.3.4 Première loi de Newton
- 2.3.5 Force
- 2.3.6 Deuxième loi de Newton
- 2.3.7 Quantité de mouvement et vitesse
- 2.3.8 Dynamique du point matériel

- **Grandeur extensive** : grandeur physique qui, pour un ensemble d'objets, est égale à sa somme pour chaque objet.
  - ① Quantité de matière (masse)
  - ② Quantité de mouvement
  - ③ Force
  - ④ Volume
- **Grandeur intensive** : grandeur physique qui est indépendante du nombre d'objets.
  - ① Position
  - ② Vitesse
  - ③ Accélération
  - ④ Température
  - ⑤ Pression

- **Masse** ( $M$  ou  $m$ ) : grandeur physique caractérisant la quantité de matière d'un objet.
  - ① Grandeur extensive
  - ② Grandeur scalaire
  - ③ Grandeur conservée (Lavoisier)
- **Unité de la masse (SI)** : kilogramme  $[\text{kg}]$
- **Système fermé** : masse constante
  - ① Lingot d'or
  - ② Statue en pierre
- **Système ouvert** : masse variable
  - ① Baignoire
  - ② Fusée

Etalon de masse  
en platine irridié



- **Cinématique** : la vitesse  $v$  est la grandeur intensive associée au mouvement de tout objet par rapport à un référentiel donné.
- **Dynamique** : un objet a une masse  $m$  qui est une grandeur extensive représentant sa quantité de matière. Son mouvement doit être décrit par une grandeur extensive représentant sa quantité de mouvement.
- **Quantité de mouvement  $p$**  : grandeur physique caractérisant la dynamique d'un objet de masse  $m$  et de vitesse  $v$ .
  - ① Grandeur extensive (objet de masse  $m$ )
  - ② Grandeur vectorielle (objet de vitesse  $v$ )
- **Modèle mathématique** : la quantité de mouvement  $p$  est une fonction vectorielle de la masse  $m$  et de la vitesse  $v$  de l'objet.

$$p = f(m, v) \tag{2.18}$$

- ① Grandeur extensive vectorielle  $p$
- ② Grandeur extensive scalaire  $m$
- ③ Grandeur intensive vectorielle  $v$



- **Principe d'inertie de Galilée** : lettre à Wesler

Etant écartés tous les obstacles extérieurs, un corps pesant sera indifféremment au repos ou en mouvement et il se conservera dans l'état où il sera placé : au repos, il restera au repos, en mouvement, il restera en mouvement.

**Objet en MRU** : absence d'**obstacle extérieur**

$$v = \text{cste}$$

- **1<sup>ère</sup> loi de Newton** : Principia Mathematica

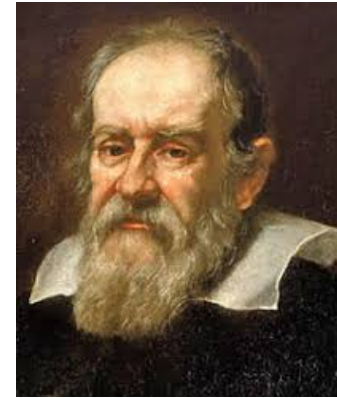
Tout corps persévère dans l'état de mouvement uniforme en ligne droite à moins que quelque force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état.

**Objet en MRU** : absence de **force extérieure**

$$p = \text{cste} \quad \text{si} \quad m = \text{cste} \quad \text{et} \quad v = \text{cste}$$

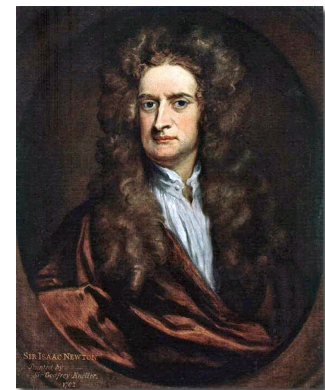
## Galileo Galilei

1564 – 1642



## Sir Isaac Newton

1643 – 1727



- **Inertie** : résistance à la variation de l'état de mouvement naturel

- ① **Inertie en translation** : masse  $m$

- Mouvement naturel : mouvement rectiligne uniforme (MRU)

- ② **Inertie en rotation propre** : moment d'inertie  $I$

- Mouvement naturel : mouvement circulaire uniforme (MCU)

- **Principe d'inertie** : définition de l'état de mouvement naturel en translation à vitesse et quantité de mouvement constante : c'est un mouvement rectiligne uniforme sans accélération.

$$v = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad p = \text{cste} \quad \text{et} \quad a = 0$$

- **Référentiel d'inertie** : tout référentiel par rapport auquel le principe d'inertie de Galilée est vérifié.

- ① Il existe une infinité de référentiels d'inertie.

- ② Les référentiels d'inertie se déplacent à vitesse constante les uns par rapport aux autres.

- **Paradoxe** : l'état de repos est un état de mouvement rectiligne uniforme (MRU) à vitesse  $v = \text{cste} = 0$ .

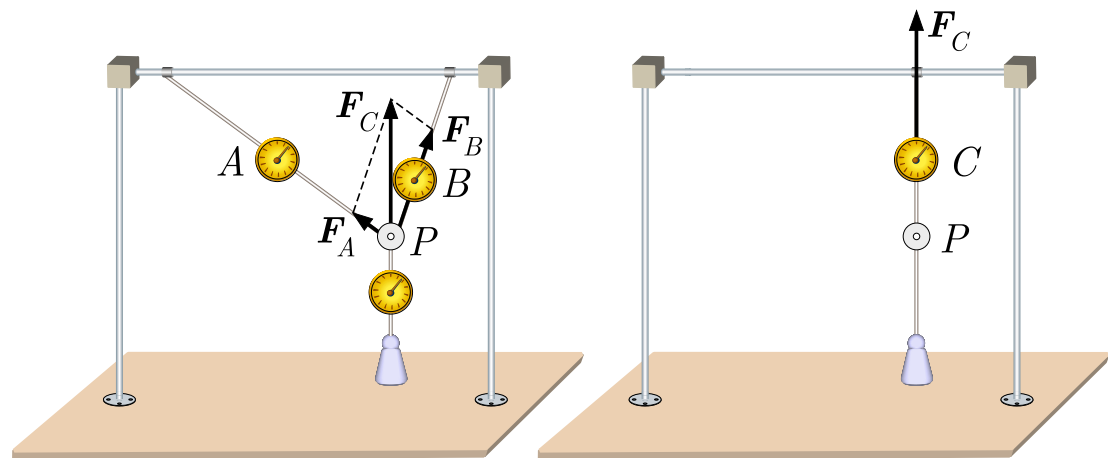
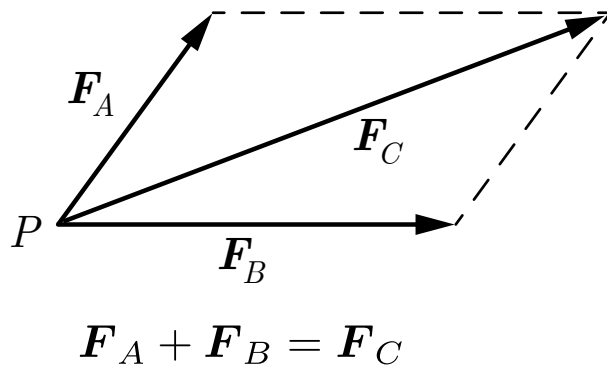
- **Force  $F$**  : grandeur physique qui modifie l'état de mouvement rectiligne uniforme d'un objet.

$$v \neq \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad p \neq \text{cste} \quad \text{et} \quad a \neq 0$$

- ① Grandeur extensive (objet de masse  $m$ )
  - ② Grandeur vectorielle (objet d'accélération  $a$ )
- **Règle de Stevin** : Addition des vecteurs force (règle du parallélogramme).

**Simon Stevin**

1548 – 1620

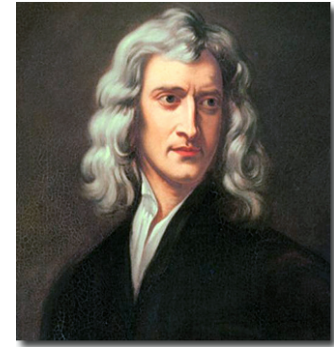


- **2<sup>e</sup> loi de Newton** : Principia Mathematica

Les changements de mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font selon la ligne droite dans laquelle cette force est imprimée à l'objet.

**Sir Isaac Newton**

1643 – 1727



**Traduction moderne :**

La variation de quantité de mouvement d'un corps au cours du temps est due à la résultante des forces extérieures appliquées sur ce corps.

**Modèle mathématique** : présence de **forces extérieures**

$$\sum F^{\text{ext}} = \dot{p} \quad (2.17)$$

- 1 Relation de cause à effet.
- 2 Conséquence de la 1<sup>ère</sup> loi de Newton.

- **Système de  $k$  points matériels** : même masse  $m$  et même vitesse  $\mathbf{v}$
- **Extensivité** :  $\mathbf{p} = \mathbf{f}(m, \mathbf{v})$  et  $m$

$$\mathbf{f}(km, \mathbf{v}) = k \mathbf{f}(m, \mathbf{v}) \quad (2.19)$$

- **Dérivée** : (2.19) par rapport au nombre  $k$  de points matériels

$$(1.13) \quad \text{ainsi} \quad \frac{d\mathbf{f}(km, \mathbf{v})}{d(km)} \frac{d(km)}{dk} = \frac{dk}{dk} \mathbf{f}(m, \mathbf{v}) \quad (2.20)$$

$$\text{donc} \quad \frac{d\mathbf{f}(km, \mathbf{v})}{d(km)} m = \mathbf{f}(m, \mathbf{v}) \quad \forall k \quad (2.21)$$

- **Cas particulier** : (2.22) avec  $k = 1$

$$k = 1 \quad \text{ainsi} \quad \frac{d\mathbf{f}(m, \mathbf{v})}{dm} = \frac{\mathbf{f}(m, \mathbf{v})}{m} \quad (2.22)$$

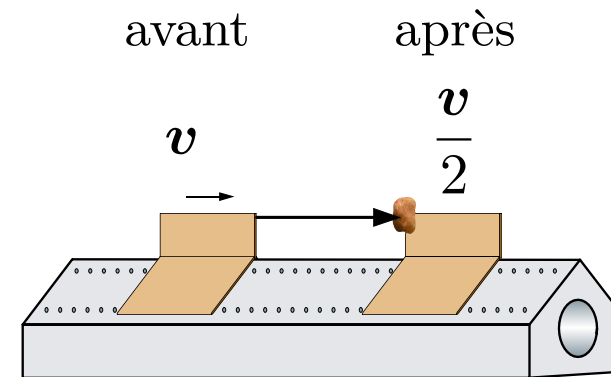
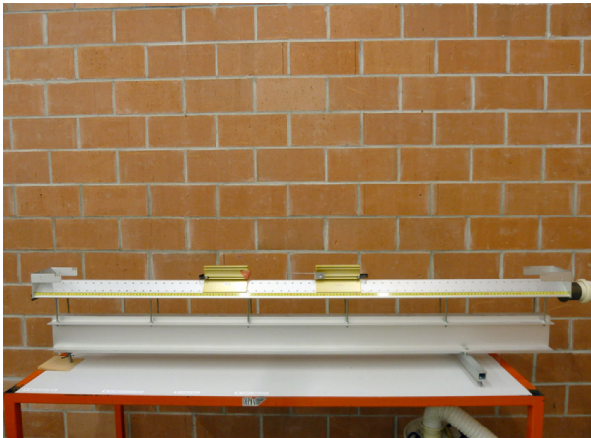
- **Quantité de mouvement** : proportionnelle à la masse  $m$

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}(m, \mathbf{v}) = m \mathbf{f}(\mathbf{v}) \quad \text{valable même en relativité} \quad (2.23)$$

- **Choix de jauge** : degré de liberté à fixer

$$v = 0 \quad \Rightarrow \quad p = 0 \quad \text{ainsi} \quad f(0) = 0$$

- **Expérience** : choc mou entre deux glisseurs identiques de masse  $m$



- **2<sup>e</sup> loi de Newton** : conservation de la quantité de mouvement totale  $p$  du système durant le choc (pas de force extérieure)

$$\text{avant : } \mathcal{M} f(v) = 2 \mathcal{M} f\left(\frac{v}{2}\right) \quad : \quad \text{après} \quad (2.24)$$

- **Dérivée** : (2.24) par rapport à la vitesse  $v$

$$\frac{df(v)}{dv} = 2 \frac{df\left(\frac{v}{2}\right)}{dv} = \frac{df\left(\frac{v}{2}\right)}{d\left(\frac{v}{2}\right)} \quad (2.25)$$

- **Dérivée** : constante (2.25)

$$\frac{d\mathbf{f}(\mathbf{v})}{d\mathbf{v}} = \gamma = \text{cste} \quad (2.26)$$

- **Fonction vectorielle** : intégration de (2.26) avec  $\mathbf{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$

$$\mathbf{f}(\mathbf{v}) = \gamma \mathbf{v} \quad (2.27)$$

- **Quantité de mouvement** : (2.27) dans (2.23)

$$\mathbf{p} = m \mathbf{f}(\mathbf{v}) = \gamma m \mathbf{v} \quad (2.28)$$

- **Principe de parcimonie** : (rasoir d'Ockham) choix :  $\gamma = 1$

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v} \quad (2.29)$$

Cette expression n'est pas une définition de la quantité de mouvement, c'est un résultat expérimental à une vitesse de norme  $v$  négligeable par rapport à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide  $c$

- **Unité de la quantité de mouvement (SI)** :  $[\text{kg m s}^{-1}]$

- Point matériel de masse constante :

$$m = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad \dot{m} = 0 \quad (2.30)$$

- 2<sup>e</sup> loi de Newton :

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} = \dot{\mathbf{p}} \stackrel{(2.29)}{=} \dot{m} \mathbf{v} + m \dot{\mathbf{v}} \stackrel{(2.30)}{=} m \dot{\mathbf{v}} = m \mathbf{a} \quad (2.31)$$

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} = m \mathbf{a} \quad \text{si} \quad m = \text{cste} \quad (2.32)$$

- Unité de la force (SI) :  $[N] = [\text{kg m s}^{-2}]$

